ICS 01.040.07;07.020
K 04

中华人民共和国国家标准

GB/T 2900.85—2009/IEC 60050-102:2007

电工术语 数学 一般概念和线性代数

Electrotechnical terminology—Mathematics—General concepts and linear algebra

(IEC 60050-102:2007 International Electrotechnical Vocabulary—Part 102: Mathematics—General concepts and linear algebra, IDT)

2009-03-13 发布 2009-11-01 实施

中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局
中国国家标准化管理委员会 发布

目　　次

前　言

本部分为 GB/T 2900 的第 85 部分。

本部分等同采用 IEC 60050-102:2007《国际电工词汇　数学　一般概念和线性代数》。

本部分中术语条目编号与 IEC 60050-102:2007 保持一致。

本部分由全国电工术语标准化技术委员会(SAC/TC 232)提出并归口。

本部分起草单位:全国电工术语标准化技术委员会、机械科学研究总院中机生产力促进中心、清华大学、中国科学院数学研究所。

本部分主要起草人:杨芙、郑志勇、陆柱家。

电工术语
数学 一般概念和线性代数

1 范围

本部分规定了电工、电子和电信等领域的数学术语和线性代数的基本概念，清晰区别了数学概念和物理概念的不同，即使某些术语在这两个学科里都用，另一部分是关于函数的术语。

用于电工术语的很多数学术语，并不都是不解自明或者只有一种解释。因此这里的任务是搜集这样的数学概念，根据它们的相互关联，以合乎逻辑顺序的方式编排术语并加以描述。从术语学的观点看，描述就是给出定义，但不都是数学意义上的全面的定义。这里的主要目的是能和特殊概念区别开。因此，不要把本部分看作数学课本，而应看作一组专门术语。

本部分所列术语与 IEC 60050 国际电工词汇系列标准(IEV)其他部分现有的术语相协调。

本部分适用于电工、电子和电信等技术领域。

2 规范性引用文件

下列文件中的条款通过 GB/T 2900 的本部分的引用而成为本部分的条款。凡是注日期的引用文件，其随后所有的修改单(不包括勘误的内容)或修订版均不适用于本部分，然而，鼓励根据本部分达成协议的各方研究是否可使用这些文件的最新版本。凡是不注日期的引用文件，其最新版本适用于本部分。

GB/T 2900.61—2008 电工术语 物理和化学(IEC 60050-111:1996,MOD)

3 术语和定义

3.1 集合与运算

102-01-01

相等 equality

两个客体 a、b 之间具有下列性质的关系：

- 自反性：$a=a$；
- 对称性：如果 $a=b$，则 $b=a$；
- 传递性：如果 $a=b$，且 $b=c$，则 $a=c$，其中 c 为第三个客体；
- 如果 $a=b$，且 $R\{u\}$ 为关于 u 的任何一个陈述，则 $R\{a\}$ 是真的当且仅当 $R\{b\}$ 是真的。

注：两个客体 a 与 b 相等记为 $a=b$，称为 a 与 b 相等。

102-01-02

集合 set

一些不同客体的全体，对于任何一个客体，都明确地要么属于这个全体，要么不属于这个全体。

注1：集合是数学中的一个基本概念。

注2：关于集合的术语和符号参阅 GB 3102.11—1993 的 2.4。

102-01-03

集合的元素 element of a set

元素 element

给定集合中的客体。

注：记号 $x \in A$ 表示客体 x 为集合 A 的一个元素，称为 x 属于 A。

记号 $x \notin A$ 表示客体 x 不是集合 A 的一个元素，称为 x 不属于 A。

102-01-04

子集　subset

所有元素都属于给定集合的一个集合。

注：记号 $A \subseteq B$ 表示集合 A 为集合 B 的一个子集，称为 A 包含于 B。

符号 $\subset$ 有时代替 $\subseteq$ 被使用，但这种用法不提倡。

102-01-05

真子集　proper subset

一个集合的与之不同的子集。

注：记号 $A \subset B$ 表示集合 A 为集合 B 的一个真子集，称为 A 真包含于 B。

符号 $\subsetneqq$ 有时代替 $\subset$ 被使用，但这种用法不提倡。

当表示 B 的任何一个子集时，必须用 $\subseteq$。

102-01-06

笛卡儿积　Cartesian product

所有 $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$ 的全体所组成的集合，其中 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 为给定的 n 个集合，$a_1 \in A_1$，$a_2 \in A_2$，$\cdots$，$a_n \in A_n$。

注：集合 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的笛卡儿积记为 $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$。

对于集合 A，n 次笛卡儿积 $A \times A \times \cdots \times A$，简记为 A^n。

102-01-07

二元关系　binary relation

给定集合中任意两元素间的一个关系，它对某些特定的序对是成立，而对其余的序对是不成立的。

注1：二元关系的成立与否是根据这个序对是否属于给定集合自身的笛卡儿积的一个特定的子集，二元关系与给定集合自身的笛卡儿积的子集是一一对应的。

注2：元素 a 与 b 之间的一个二元关系记为 aRb。

102-01-08

等价关系　equivalence relation

等价　equivalence

给定集合的两个元素 a 与 b 之间满足下列性质的二元关系 R：

- 自反性：aRa；
- 对称性：如果 aRb，则 bRa；
- 传递性：如果 aRb，且 bRc，则 aRc，其中 a、b、c 为给定集合中的任意元素。

注：例如集合中元素的相等，点空间直线的平行，整数的奇偶性。

102-01-09

序关系　order relation

序　order

给定集合的两个元素 a 与 b 之间满足下列性质的二元关系 R：

- 自反性：aRa；
- 反对称性：如果 aRb，且 bRa，则 $a=b$；
- 传递性：如果 aRb，且 bRc，则 aRc，其中 a、b、c 为给定集合中的任意元素。

注1：给定的集合称为由关系 R 给出了一个序关系。

注2：若对任何两个元素 a 与 b，aRb 和 bRa 至少有一个成立，则称 R 为全序关系。实数的通常的序关系是全序关系，这是由于 $a \leqslant b$ 或 $b \leqslant a$。

注3：若至少有两个元素 a 与 b，aRb 和 bRa 都不成立，则称序关系 R 为偏序关系，例如自然数的整除关系，至少有两个元素的集合的子集包含关系。

102-01-10

函数 **function**

运算 **operation**

对任何一个客体 a,存在一个确定的客体 b,使得 b 和 a 相关的关系 f。

注 1：如果在函数 f 下 a 与 b 相关,则有：

- 称 f 由 a 定义；
- a 为函数 f 的一个自变量；
- b 为函数 f 的一个值,通常记作 $f(a)$。

自变量 a 也可以是一个含有若干客体的有序集合。

注 2:如果 A 是函数 f 的自变量之全体,B 为值的全体,则:

- f 称为由 A 到 B 的一个映射；
- A 为函数的定义域；
- B 为函数的值域。

注 3：当函数为加法、减法、乘法、除法时,一般称其为运算。

102-01-11

加法 **addition**

作用于一个集合内的、通常用加号"＋"表示的运算:对集合内任意元素 a 和 b,该运算指定集合内的唯一元素 $a+b$,具有下列性质:

- 结合律:$a+(b+c)=(a+b)+c$,其中 a、b、c 为集合中的元素；
- 交换律:$a+b=b+a$。

注 1：自然数的加法可以扩展到其他类型的数以及数学对象,例如向量和矩阵,以及同种量。加法也可以在有限集上定义,例如在二元集合{0,1}定义模 2 的加法,即 $1+1=0$。

注 2：客体 a 和 b 的加法称为"a 加 b",符号 Σ 用来表示连续的加法,例如 $a_2+a_3+\cdots+a_7$ 记为 $\sum_{i=2}^{7} a_i$ 。

102-01-12

零元素(加法的) **neutral element** (for addition)

在一个定义了加法的集合中的一个唯一元素 n(若存在),使得对任何元素 a,都有 $a+n=a$。

注：对数字,加法的零元素就是数字零,记为 0；

对向量,加法的零元素就是零向量,记为 0 或 $\vec{0}$；

对矩阵,加法的零元素就是零矩阵(102-06-07)；

对同种量,加法的零元素就是具有相同数值的量,它的每一个数值是零。

102-01-13

减法 **subtraction**

定义了加法的一个集合上的运算,通常记为减号"－",对集合中的元素 a 和 b,$a-b$ 为该集合中唯一元素,如果它存在于这个集合当中,则有 $b+(a-b)=a$。

注 1：整数上有减法,而且可以扩展到其他类型的数和数学对象,例如向量、矩阵以及同种量。

注 2：可以用 $a-b=a+(-b)$ 来定义客体 a 与 b 的减法,其中 $-b$ 为 b 的相反数。

注 3：客体 a 与 b 的减法称为"a 减 b"。

102-01-14

负 **negative**

反 **opposite**

对定义了有零元素的加法的一个集合中的任何一个元素,在集合中的唯一的元素,如果它存在,则这两个元素的和为零元素。

注1：在英语中，术语“negative”特别地用在数字和矩阵中，而术语“opposite”用在向量和张量中。

注2：元素 a 的负记为 $-a$，相反的也是。

102-01-15

和 sum

加法或连续加法的结果。

注：术语“和”也用来描述一个加法。

102-01-16

代数和 algebraic sum

连续加法和减法的结果。

注：术语“代数和”也用来表达描述连续的加法和减法。

102-01-17

差 difference

减法的结果。

注1：表述“a 与 b 的差”意味着 $a-b$。

注2：术语“差”也用来描述一个减法。

102-01-18

乘法 multiplication

在一个集合上，对于任意该集合中的有序元素对 a、b，决定了唯一元素，且满足下列性质的运算：

结合律：$a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$，其中 c 也为该集合中的一个元素。

如果该集合上有加法，分配律：$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$，以及 $(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$。

注1：自然数上有乘法，而且可以扩展到其他类型的数和数学对象，例如多项式和矩阵，也可以在数量和单位上定义乘法，即使它们是不同类型的，而加法则不能定义。

注2：乘法一般没有交换律，例如矩阵的乘法。

注3：两个或多个元素的乘法中的每个元素称为因子，术语“因子”也用来表示两个同类型数量的商（见 GB/T 2900.61—2008，111-12-04）。在两个元素的乘法中，第一个称为“被乘数”，第二个称为“乘数”。

注4：客体 a 与 b 的乘法称为“a 乘以 b”或“a 被 b 乘”，记作 $a\cdot b$，$a\times b$ 或 ab。符号 Π 用来记连续的乘法，例如 $a_2\cdot a_3\cdot a_4\cdot a_5\cdot a_6\cdot a_7$ 记为 $\prod_{i=2}^{7}a_i$。

102-01-19

单位元（乘法的） neutral element (for multiplication)

在定义了乘法的一个集合中的唯一元素 u，如果它存在，则对任何元素 a，有 $a\cdot u=u\cdot a=a$。

注：对于数而言，乘法的单位元是数字一，记为 1；

对方阵而言，乘法的单位元是同阶的单位矩阵；

对量而言，乘法的单位元是量纲为 1 的一个量（或无量纲量），其数值为数 1；

对量的量纲而言（GB/T 2900.61—2008，111-11-06），乘法的单位元是量纲为 1 的量的量纲，以符号 1 表示。

102-01-20

积 product

乘法或连续乘法的结果。

注1：术语“积”也用来描述乘法。

注2：术语“积”也用来表示数字与其他数学对象结合的运算，例如标量乘以一个向量，标量乘以一个矩阵，用来表示集合（笛卡儿积），以及用来表示结合向量、张量或两者的各种运算。

102-01-21

除法 division

定义在有可交换的乘法定义的集合上的运算，对集合的元素 a 与 b，结果是唯一的元素 q（若存在），

使得 $b \cdot q = a$。

注 1：有理数有除法，并且可以扩展到其他类型的数，但不包括除以零，包括数学对象例如多项式、数量和单位。

注 2：在除法 a/b 中，第一个元素 a 称为“被除数”，第二个元素 b 称为“除数”。

注 3：客体 a 与 b 的除法称为“a 除以 b”或“a 被 b 除”，记为 $\frac{a}{b}$，a/b，或 ab^{-1}。

102-01-22

商　quotient

除法的结果。（GB/T 2900.61—2008，111-12-01）

注 1：术语“商”也用来描述除法。

注 2：商 a/b 称为“a 除以 b 的商”或简称“b 分之 a”。

102-01-23

比　ratio

同种量的两个数或两个数量的商。

注 1：概念“同种量”的定义见 GB/T 2900.61—2008(注 2 见 GB/T 2900.61—2008，111-11-01)

注 2：比 a/b 称为“a 与 b 的比”。

102-01-24

逆　inverse

倒数　reciprocal

对一个有单位元 u 的乘法定义的集合中的任何一个元素 a，在集合中唯一的元素 a^{-1}，如果它存在，则有 $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = u$。

注 1：在英语中，术语“reciprocal”优先用于数。

注 2：元素 a 的逆记作 a^{-1}，对一个非零的数，或一个数量或单位，逆也记作 $1/a$ 或 $\frac{1}{a}$。

102-01-25

方程　equation

含有一个或多个表示给定集合的未知量的符号的数学等式。

注 1：未知量可以是数、函数、向量、数量等。

注 2：在一般的英语中，术语“方程”也用来表示任何数学等式。

102-01-26

解　solution

实体的集合，当未知量用它们代替时，方程就变成一个真的等式。

102-01-27

恒等　identity

用来表示一个恒成立等式的数学记号。

注：恒等有时候记作符号≡(三条横线)以代替符号=。

102-01-28

线性代数　linear algebra

处理向量空间、矩阵、张量等的数学分支。

3.2　数

102-02-01

自然数　natural number

无限序列{0，1，2，3，…}的元素。

注 1：对任何两个自然数有加法和乘法的定义。

注 2：在自然数集上有一个全序。

注 3：自然数集记作ℕ（N 的斜的线双写）或 **N**，或有时候左边竖线双写的 **IN**，非 0 的自然数集则在记号上加一个星号，例如 **IN***。

102-02-02

整数　integer

无限全序集合{…，−2，−1，0，1，2，…}的元素。

注 1：整数集合是包含自然数集合且可以在任何两客体之间定义减法的最小的集合。也可对任意两个整数定义加法和乘法；任一整数有一负数。

注 2：整数集记作ℤ（Z 斜线为双线），或 **Z**。非 0 的整数集则在记号上加一个星号，例如ℤ*。

102-02-03

有理数　rational number

一个数学对象中的元素，这个数学对象包括所有整数以及可以写成两个整数的商的且除数不为零的数。

注 1：任何的有序对 2/1，4/2，6/3，…，−2/(−1)，−4/(−2)，…表示与整数 2 相等的有理数；任何的有序对 2/3，4/6，6/9，…，−2/(−3)，−4/(−6)，…表示与整数 2 除以整数 3 所得的商的有理数。也记作“0.6666…”。

注 2：任何两个有理数，有加法、减法、乘法、除法，只要不除以零；任何有理数都有负数；任何非零有理数都有倒数。

注 3：有理数集上有一个全序。

注 4：把一个不是整数的有理数表示成小数，则在小数点后要么是有限位，要么从某一位置开始循环。

注 5：有理数集合记为ℚ（Q 的左右弧内侧有竖线），或 **Q**，或有时候在 Q 的左弧内侧加一竖线，非零有理数集合记为符号再加一个星号，例如 ℚ*。

102-02-04

分数　fraction

表示一个有理数的有序整数对。

注 1：一个有理数可以有无限多种分数表示。

注 2：对有序对 (p，q)，分数记为 p/q 或 $\frac{p}{q}$。

注 3：在一个分数 $\frac{p}{q}$ 中，第一个元素 p 称为“分子”，第二个元素 q 称为“分母”。

102-02-05

实数　real number

包含有理数和所有无限有理数序列极限的唯一的全序集合的元素，其上有与有理数相同的运算。

注 1：有理数也是实数。无理数，即不是有理数的实数，例如 $\sqrt{2}=1.414\,2\cdots$，$\pi=3.141\,5\cdots$，$e=2.718\,2\cdots$，对于这种数，小数点后的数字列是无限的且不循环的。

注 2：实数集记为ℝ（R 的左侧竖线和右侧部分分别双写）或 **R**，或有时候 R 的左侧竖线双写，非零的实数集的记号为符号加上一个星号，例如ℝ*。

102-02-06

绝对值　absolute value

一个非负的数。对一个实数 a，当 $a\geqslant 0$ 时它等于 a，当 $a<0$ 时等于 $-a$。

注 1：a 的绝对值记为 $|a|$；也用 abs a。

注 2：绝对值的概念也可用在实标量上。

102-02-07

指数运算　exponentiation

对任何正实数 a 和实数 b，指定一个正实数记为 a^b 的函数，使得 $a^0=1$，$a^1=a$，对任何实数 b 和 c 有 $a^{b+c}=a^b\cdot a^c$。

注 1：从任何实数 x 得到 a^x 的函数是以 a 为底的指数函数。从任何正实数 x 得到 x^b 的函数是幂函数。

注 2：指数运算可以扩展到负实数 a 和整数 b，以及其他数学对象，例如复数，矩阵和标量。

102-02-08

幂　**power**

指数运算的结果。

注 1：术语“幂”也用来表示描述一个指数运算。

注 2：在幂 a^b 中，a 为底数，b 为指数，这个幂称作“a 的 b 次幂”或“a 的 b 次方”。

注 3：指数为 2 的幂为平方，$a^2=a\cdot a$，指数为 3 的幂为立方，$a^3=a\cdot a\cdot a$，指数为 -1 的幂为逆，$a^{-1}=\frac{1}{a}$，指数为 $\frac{1}{2}$ 的幂为平方根 $a^{1/2}=\sqrt{a}$。

102-02-09

复数　**complex number**

包含实数以及可以用有序实数对(a,b)表示且满足下列性质的集合的元素：

- 对$(a,0)$表示实数 a；
- 加法定义为$(a_1,b_1)+(a_2,b_2)=(a_1+a_2,b_1+b_2)$；
- 乘法定义为$(a_1,b_1)\times(a_2,b_2)=(a_1a_2-b_1b_2,a_1b_2+a_2b_1)$。

注 1：除序关系以外，实数的所有性质(运算和极限)可以扩展到复数。

注 2：由对(a,b)定义的复数记为 $c=a+\mathrm{j}b$，其中 j 为虚数单位(102-02-10)，用对(0,1)表示，a 为实部，b 为虚部，一个复数也可以表示为 $c=|c|(\cos\varphi+\mathrm{j}\sin\varphi)=|c|\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}$，其中$|c|$为非负实数称为模，$\varphi$ 为实数，称为辐角。

注 3：在电工技术中，复数通常在字母符号下加一划线，例如$\underline{c}$。

注 4：复数集记ℂ(ℂ的左侧弧内有一竖线)或 **C**，非零复数的集合记为符号加一个星号，例如ℂ*。

102-02-10

虚数单位　**imaginary unit**

符号：j，i

实数对(0，1)表示的复数 j。

注 1：对(a,b)表示的复数也能表示为 $a+\mathrm{j}b$。

注 2：虚数单位 j 和它的相反数$-$j 为-1 的两个平方根。

注 3：在电工技术中，符号 j 比符号 i 更常用，i 常用在数学和其他领域。

102-02-11

实部　**real part**

复数 $c=a+\mathrm{j}b$ 的 a 部分(全体)，其中 a,b 为实数。

注 1：复数 c 的实部记为 Re c，或有时候在电工技术中记为 c'。

注 2：实部的概念也可用在复标量、向量或张量量或复矩阵中。

102-02-12

虚部　**imaginary part**

复数 $c=a+\mathrm{j}b$ 的部分 b，其中 a,b 为实数。

注 1：复数 c 的虚部记为 Im c(其中 I 为 i 的大写)或有时候在电工技术中记为 c''。

注 2：虚部的概念也可用在复标量、向量或张量量或复矩阵中。

102-02-13

虚数　**imaginary number**

实部等于零的复数。

注：虚数可以表示为 jb，其中 j 为虚数单位，b 为实数。

102-02-14

共轭　**conjugate**

将给定复数的虚部用其相反数代替的复数。

注 1：对于复数 $c=a+\mathrm{j}b=|c|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}$ 的共轭为 $c^*=a-\mathrm{j}b=|c|\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi}$，在数学中，$c$ 的共轭常常记作 $\bar{c}$。

注 2：共轭的概念也可以用在复标量，向量或张量量或复矩阵中。

102-02-15

平方根　square root

任何的实数或复数，它乘以自身等于给定的实数或复数。

注 1：每个非零的实数或复数有两个平方根，互为相反数，对非负实数 a，非负的平方根记为 $a^{1/2}$ 或 $\sqrt{a}$，对负实数 a，数 $-a$ 为正的，且两个平方根为虚数，互为共轭，记为 $\mathrm{j}\sqrt{-a}$ 和 $-\mathrm{j}\sqrt{-a}$。对复数 $c=|c|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}$，两个平方根为 $\sqrt{|c|}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\varphi}{2}}$ 和 $\sqrt{|c|}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\frac{\varphi}{2}+\pi\right)}$。

注 2：平方根的概念可以用在标量上。

102-02-16

模（复数的）　modulus (of a complex number)

非负实数 $|c|$，它的平方等于复数 $c=a+\mathrm{j}b$ 与其共轭的乘积：$|c|=\sqrt{c\cdot c^*}=\sqrt{a^2+b^2}$。

注：模的概念可以用在复标量上。

102-02-17

辐角（复数的）　argument (of a complex number)

对于非零复数 c，使得 $c=|c|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi}$ 的满足 $-\pi<\phi\leqslant\pi$ 的实数 ϕ。

注 1：复数 $c=a+\mathrm{j}b=|c|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi}$ 的辐角 $\arg c$ 等于 $\arccos\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$，若 $b\geqslant 0$ 和 $-\arccos\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$，若 $b<0$，其中 $0\leqslant\arccos x\leqslant\pi$，若 $a=b=0$，没有定义。

注 2：辐角的概念可以用在复标量上。

102-02-18

标量(1)　scalar (1)

实数或复数。

注 1：标量可以扩展到定义了加法和可交换乘法的集合的元素，且该集合有零元素，使得每个元素都有相反数，并且除了加法零元外的所有元素有逆。

注 2：标量的集合，包括注 1 的扩展，在数学中通常称为域。实数集和复数集都为无限域。有限域的例子是布尔代数中的两个元素 0 和 1 的集合(其中 1+1=0)。

102-02-19

标量量　scalar quantity

标量(2)　scalar (2)

由单个标量(1)表示的量，依赖于测量单位的选取或测量方法的坐标。

注 1："量"的概念 GB/T 2900.61—2008 和国际计量学基本词汇(VIM)中给出定义。

注 2：在通常的三维空间中，标量同方向(1020312)和坐标系的选取无关。例如：质量，电荷，热力学温度，罗克韦尔硬度，变压器油的粘滞度。

注 3：绝对值的概念可应在实标量量上，实部、虚部、模和辐角可以用在复标量量上，并且平方根的概念都可以用。

3.3 向量和张量

102-03-01

向量空间　vector space

线性空间　linear space

某些元素的集合，对其中任何两个元素 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 的和及其中任何一个元素与某个给定的标量(1)集合中的标量 α 的积都在该集合中，且具有下列性质：

- $\boldsymbol{U}+\boldsymbol{V}=\boldsymbol{V}+\boldsymbol{U}$；
- $(\boldsymbol{U}+\boldsymbol{V})+\boldsymbol{W}=\boldsymbol{U}+(\boldsymbol{V}+\boldsymbol{W})$，其中 $\boldsymbol{W}$ 也为该集合的一个元素；
- 存在一个逆元 $(-\boldsymbol{U})$，使得 $\boldsymbol{U}+(-\boldsymbol{U})=0$；
- $(\alpha+\beta)\boldsymbol{U}=\alpha\boldsymbol{U}+\beta\boldsymbol{U}$，其中 β 也为一个标量；

- $\alpha(\boldsymbol{U}+\boldsymbol{V})=\alpha\boldsymbol{U}+\alpha\boldsymbol{V}$;
- $\alpha(\beta\boldsymbol{U})=(\alpha\beta)\boldsymbol{U}$;
- $1\boldsymbol{U}=\boldsymbol{U}$。

注：在通常的三维空间中，规定的起点的有向线段形成一个实数上向量空间的例子。另一个例子，根据标量概念的扩展(见 102-02-18 注 1)，是由数字 0 和 1 组成的 n 数组在模 2 下构成的，而标量的集合则是布尔代数中的两个元素 0 和 1。

102-03-02

点空间　point space

仿射空间　affine space

- 对给定的向量空间，一些点的集合，该集合中向量空间的与任何有序点对 A 和 B 相关的元素 U_{AB}，具有下列性质：
- 对任何两点 A 和 B，$\boldsymbol{U}_{BA}=-\boldsymbol{U}_{AB}$；
- 对任何三点 A，B 和 C，$\boldsymbol{U}_{AB}+\boldsymbol{U}_{BC}=\boldsymbol{U}_{AC}$；
- 对给定点 O 和一个给定向量 $\boldsymbol{r}$，存在唯一的点 P，使得 $\boldsymbol{U}_{OP}=\boldsymbol{r}$。

注：点空间与与其相关的向量空间有相同的维数，由三维欧氏向量空间所导出的点空间为通常几何三维空间模型。

102-03-03

子空间　subspace

向量空间或点空间的子集，对相同的标量集而言仍各自为一个向量空间或点空间。

注：n 维向量空间或点空间的真子空间的维数严格小于 n。

102-03-04

向量(1)　vector (1)

a) 向量空间的元素；

b) 点空间中的有向线段。

注 1：一个 n 维向量由 n 个有序的标量表示，通常为实数或复数，与基的选取有关，用矩阵的记号，这些标量通常表示成矩阵：

$$\boldsymbol{U}=\begin{pmatrix}U_1\\U_2\\\vdots\\U_n\end{pmatrix}。$$

注 2：欧氏空间中的向量由它的长度(102-03-23)和(若为非零向量)方向来表征。

注 3：复向量 $\boldsymbol{U}$ 由实部和虚部来定义，$\boldsymbol{U}=\boldsymbol{A}+\mathrm{j}\boldsymbol{B}$，其中 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 为实向量。

注 4：一个向量用斜粗体的字母或斜细体的字母加上一个箭头来表示：$\boldsymbol{U}$ 或 $\vec{U}$。分量为 U_i 的向量 $\boldsymbol{U}$ 记为 (U_i)。

注 5：术语“向量”也用于向量量(102-03-21)。

102-03-05

线性无关的　linear independent

描述 n 个向量 $\boldsymbol{U}_1,\boldsymbol{U}_2,\cdots,\boldsymbol{U}_n$，它们的形如 $\alpha_1\boldsymbol{U}_1+\alpha_2\boldsymbol{U}_2+\cdots+\alpha_n\boldsymbol{U}_n$ 线性组合不等于零，除非所有系数标量 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 都等于零。

102-03-06

线性相关的　linear dependent

描述 n 个向量 $\boldsymbol{U}_1,\boldsymbol{U}_2,\cdots,\boldsymbol{U}_n$，它们的形如 $\alpha_1\boldsymbol{U}_1+\alpha_2\boldsymbol{U}_2+\cdots+\alpha_n\boldsymbol{U}_n$ 的线性组合能够等于零，即使所有系数标量 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 不全为零。

102-03-07

***n* 维向量空间　*n*-dimensional vector space**

有 n 个线性无关向量，但没有 $(n+1)$ 个线性无关向量的向量空间。

102-03-08

基 base;basis

n 维向量空间中 n 个线性无关的向量 $a_1, a_2, \cdots, a_n$，对任何一个向量 U 可以唯一地表示成这 n 个向量的线性组合：$U = U_1 a_1 + U_2 a_2 + \cdots + U_n a_n$，其中 $U_1, U_2, \cdots, U_n$ 为标量。

注 1：在欧氏空间或埃尔米特向量空间中，一般选取规范（全文）正交基，在由 n 位数组构成的向量空间中（见“向量空间”的注），只有一个分量不为零的 n 位数组的集合为一组基。

注 2：基中的任意一个向量称为“基向量”。

102-03-09

坐标（向量的） coordinate (of a vector)

将向量 U 表示成线性组合 $U_1 a_1 + U_2 a_2 + \cdots + U_n a_n$ 的 n 个标量 $U_1, U_2, \cdots, U_n$，其中 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 为基向量。

注 1：术语“坐标”也用来表示一个位置向量的分量（见 102-03-22）。

注 2：在英语中，术语“分量”有时候也是这个意思。

102-03-10

分量（向量的） component (of a vector)

一组线性无关向量中的一个，它们的和是一个给定的向量。

注 1：例子

- 对于一个给定向量 $U = U_1 a_1 + U_2 a_2 + \cdots + U_n a_n$，其中，$U_1, U_2, \cdots, U_n$ 为 U 的坐标，$a_1, a_2, \cdots, a_n$ 为基向量，$U_1 a_1, U_2 a_2, \cdots, U_n a_n$ 中任何一个向量。
- 一个向量向一个曲面的垂直和相切的投影（法分量和切分量）。

注 2：在英语中，如果术语“分量”用来表示“坐标”，可以用术语“分量向量”。

102-03-11

维数（空间的） dimension (of a space)

与基向量个数相等的用来表征一个向量空间或一个点空间的正整数。

注：点空间和与其相关的向量空间有相同的维数。

102-03-12

方向 direction

在一个实的点空间中，所有有序点对的共同性质，与其相关的向量形如 αU，其中 U 为一个给定的非零向量，α 为一个标量。

注：方向相同的向量称为平行的。

102-03-13

笛卡儿坐标（点的） Cartesian coordinates (of a point)

在一个给定原点 O 的点空间中刻画一点 P 的向量 U_{OP} 的坐标。

注：一个点可以用其他类型的坐标，例如柱面坐标或球面坐标来定位（见 GB 3102.11—1993）。

102-03-14

笛卡儿坐标系 Cartesian coordinate system

在一个点空间中，原点和相关向量空间的一个基的结合。

注：这个基常常选的是规范正交基。

102-03-15

位置向量 position vector

在一个给定原点 O 的点空间中表征一个点 P 的向量 $U_{OP} = r_P$。

注 1：在通常的三维几何空间中，位置向量是具有长度量纲的量。

注 2：位置向量常记为 r。

102-03-16

双线性型　**bilinear form**

函数 f，它对于给定向量空间中任意一对向量 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 指定一个标量 $f(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V})$，并具有下列性质。

- $f(\alpha\boldsymbol{U},\boldsymbol{V})=\alpha f(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V})$，且有 $f(\boldsymbol{U},\beta\boldsymbol{V})=\beta f(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V})$，其中 α，β 为标量。
- 对这个向量空间中的任何一个向量 $\boldsymbol{W}$，有 $f(\boldsymbol{U}+\boldsymbol{V},\boldsymbol{W})=f(\boldsymbol{U},\boldsymbol{W})+f(\boldsymbol{V},\boldsymbol{W})$ 和 $f(\boldsymbol{W},\boldsymbol{U}+\boldsymbol{V})=f(\boldsymbol{W},\boldsymbol{U})+f(\boldsymbol{W},\boldsymbol{V})$。

注 1：n 维向量空间的双线性型可以用一个方阵 (k_{ij}) 和标量表示为 $f(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V})=\sum_{ij}k_{ij}U_iV_j$ 。

注 2：给定的 n 维向量空间中的全体双线性型构成一个 n^2 维向量空间。

注 3：对于一个向量的情形，双线性型的概念可以扩展到“线性型”。

对于 m 个向量的有序集合的情形，双线性型的概念可以扩展到“乘法线性型”（或 m-线性型）。

102-03-17

标量积　**scalar product**

点积　**dot product**

对一个向量空间中的一对向量 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$，由给定的双线性型得到的满足下列性质的标量，记为 $\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}$。

- 对称性：$\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}=\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{U}$；
- 对 $\boldsymbol{U}\neq 0$ 有 $\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{U}>0$。

注 1：在规范正交基向量的 n 维空间中，两个向量 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 的标量积是向量 $\boldsymbol{U}$ 的每个坐标 U_i 与向量 $\boldsymbol{V}$ 的对应坐标 V_i 乘积的和：$\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}=\sum_{i}U_iV_i$ 。

注 2：取决于应用场合，对两个复向量 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$，有标量积 $\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}$ 或埃尔米特积 $\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}^*$ 。

注 3：标量积能相似地定义在由一个极向量和一个轴向量组成的对上，则为一个伪标量；或者在轴向量对上，则是一个标量。

注 4：两个向量量的标量积是相伴的单位向量的标量积再乘以标量量的乘积。

注 5：标量积记作一个半高的点（·），置于表示两个向量的符号之间。

102-03-18

埃尔米特积　**Hermitian product**

对一个复向量空间中的任意一对向量 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$，由给定的函数得到的具有下列性质的复标量，用 $\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}^*$ 表示，其中星号表示共轭：

- $\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{U}^*=(\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}^*)^*$；
- $(\alpha\boldsymbol{U})\cdot\boldsymbol{V}^*=\alpha(\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}^*)$，以及 $\boldsymbol{U}\cdot(\beta\boldsymbol{V})^*=\beta^*(\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}^*)$，其中 α，β 为复标量；
- 对该向量空间中的每个向量 $\boldsymbol{W}$，有 $(\boldsymbol{U}+\boldsymbol{V})\cdot\boldsymbol{W}^*=\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{W}^*+\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{W}^*$；
- 对 $\boldsymbol{U}\neq 0$，有 $\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{U}^*>0$。

注 1：在有正交基向量的 n 维空间中，两个向量 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 的埃尔米特乘积是向量 $\boldsymbol{U}$ 的每个坐标 U_i 与向量 $\boldsymbol{V}$ 的对应分量 V_i 的共轭乘积的和：$\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}^*=\sum_{i}U_iV_i^*$ 。

注 2：取决于应用，对于两个复向量或两个复的向量量 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$，有埃尔米特积 $\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}^*$ 和共轭埃尔米特积 $\boldsymbol{U}^*\cdot\boldsymbol{V}$，埃尔米特积 $\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{U}^*$ 或 $\boldsymbol{U}^*\cdot\boldsymbol{U}$ 分别是一个实标量或一个实标量量。

注 3：埃尔米特积记作半高点（·），置于表示一个向量和另一个的共轭的符号之间。

102-03-19

欧几里得空间　**Euclidean space**

对任何两个向量定义了标量积的实向量空间或实点空间。

注：通常的三维几何空间是一个欧几里得点空间，在特殊相对论里应用的四维向量是非欧几里得点空间的元素，因为一个向量和其自身的标量积可能是负的。另一个非欧几里得向量空间的例子是由模 2 加法下的数字 0 和 1 构成的 n 数组的集合，因为对一个非零向量，它与自身的标量积能够为 0。

102-03-20

埃尔米特空间 **Hermitian space**

酉空间 **unitary space**

对任何两个向量定义了埃尔米特积的复向量空间或复点空间。

102-03-21

向量量 **vector quantity**

向量(2) **vector** (2)

能够用向量(1)乘以一个标量量表示的量。

注1：概念"量"在GB/T 2900.61—2008和国际计量学基本词汇(VIM)中给出定义。

注2：在通常的二或三维几何空间中，对向量量定义的向量一般地定义在一个单位向量上，一个向量量可以表示为一个用作用点、方向和长度来表征的一条定向线段，其中长度为一个非负数乘以一个度量单位。它的分量也是数值和单位的乘积。向量量的例子有：速度、力、电场强度。

注3：向量量可以认为是固定于一个作用点(局部化向量或约束向量)，或者是在沿着与它平行的一条直线上任意的作用点(滑动向量)，或者是空间中任意作用点(自由向量)。

注4：对向量所定义的各种运算都适用于向量量。例如标量量 p 和向量量 $\boldsymbol{Q}=q\boldsymbol{e}$ 的乘积为向量量 $p\boldsymbol{Q}=pq\boldsymbol{e}$，其中 $\boldsymbol{e}$ 为单位向量。

102-03-22

分量(向量量的) **component** (of a vector quantity)

坐标(向量量的) **coordinate** (of a vector quantity)

一个向量量 $\boldsymbol{Q}$ 在基向量 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_n$ 上的线性表示 $Q_1\boldsymbol{a}_1+Q_2\boldsymbol{a}_2+\cdots+Q_n\boldsymbol{a}_n$ 中的 n 个标量量 Q_1，$Q_2,\cdots,Q_n$ 的任何一个。

注1：不把向量量的每一个分量都视为一个量(即一个数值和一个度量单位的乘积)，而把向量量 $\boldsymbol{Q}$ 表示为一个数值乘以一个单位得到的向量：

$$\boldsymbol{Q}=\{Q_1\}[Q]\boldsymbol{e}_1+\{Q_2\}[Q]\boldsymbol{e}_2+\{Q_3\}[Q]\boldsymbol{e}_3=(\{Q_1\}\boldsymbol{e}_1+\{Q_2\}\boldsymbol{e}_2+\{Q_3\}\boldsymbol{e}_3)[Q]$$

其中 $\{Q_1\},\{Q_2\},\{Q_3\}$ 为数值，$[Q]$ 为单位，并且 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 为单位向量，对张量量可类似地考虑。

注2：像位置向量的坐标一样，向量量的分量是由坐标变换得到的。

注3：当向量量为一个位置向量时，一般使用术语"坐标"，这个用法符合数学中向量坐标的定义(102-03-09)。

102-03-23

长度(向量的) **magnitude** (of a vector)

范数(向量的) **norm** (of a vector)

对任何向量 $\boldsymbol{U}$，等于这个向量与自身的标量积的非负平方根，或如是一个复向量，则是它与自身的埃尔米特乘积的非负平方根，这样的非负标量，通常记作 $|\boldsymbol{U}|$。

注1：向量 $\boldsymbol{U}$ 的长度有下列性质：

- $\boldsymbol{U}=0$ 当且仅当 $|\boldsymbol{U}|=0$；
- $|\alpha\boldsymbol{U}|=|\alpha|\cdot|\boldsymbol{U}|$ 其中 α 为一个标量；
- $|\boldsymbol{U}+\boldsymbol{V}|\leqslant|\boldsymbol{U}|+|\boldsymbol{V}|$ 其中 $\boldsymbol{V}$ 为另一个向量。

注2：对规范正交基的三维欧几里得或埃尔米特空间中的一个向量 $\boldsymbol{U}$，长度为 $|\boldsymbol{U}|=\sqrt{|U_1|^2+|U_2|^2+|U_3|^2}$。

注3：在实的或复的情形，分别用术语"欧几里得范数"和"埃尔米特范数"。

注4：向量 $\boldsymbol{U}$ 的长度记作 $|\boldsymbol{U}|$ 或 U，也可以用 $\|\boldsymbol{U}\|$ 来表示。

102-03-24

欧几里得距离 **Euclidean distance**

距离 **distance**

对一个欧几里得点空间中的两点 A,B，向量 $\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A$ 的长度，其中 $\boldsymbol{r}_A$,$\boldsymbol{r}_B$ 分别为点 A 和 B 的位置向量。

注：在通常的三维几何空间中，欧几里得距离是一个具有长度量纲的数量。

102-03-25

单位向量　unit vector

大小为 1 的向量。

注 1：单位向量可以有任何方向。

注 2：单位向量经常用符号 e 来记。

102-03-26

正交的　orthogonal，adj

应用于两个向量或向量量上，它们的标量积，如果是复向量则是埃尔米特积，等于 0。

注 1：在一个实二维或三维空间中，正交向量也称作垂直向量。

注 2：0 向量与任何向量正交。

102-03-27

规范正交的　orthonormal，adj

应用于两两正交的实单位向量的集合。

102-03-28

规范正交基　orthonormal base

用标准正交向量构成的一个基。

注：规范正交基的向量通常记作 $e_1, e_2, \cdots, e_n$；对三维笛卡儿坐标系，它们经常记作 e_x, e_y, e_z 或 $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$。

102-03-29

夹角(两个向量的)　angle (between two vectors)

满足 $0 \leqslant \theta \leqslant \pi$ 的实数 θ，它的余弦是给定的两个实向量 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 的标量积与它们长度乘积的比：$\theta = \arccos \dfrac{\boldsymbol{U} \cdot \boldsymbol{V}}{|\boldsymbol{U}| \cdot |\boldsymbol{V}|}$。

注：两个向量的夹角总是有定义的，因为不等式 $|\boldsymbol{U} \cdot \boldsymbol{V}| \leqslant |\boldsymbol{U}| \cdot |\boldsymbol{V}|$ 对标量积成立。

102-03-30

右手三面系　right-handed trihedron

在三维欧几里得空间中，三个线性无关向量 $\boldsymbol{U}, \boldsymbol{V}, \boldsymbol{W}$ 的有序集，使得观察者从 $\boldsymbol{W}$ 的方向来观察，从 $\vec{U}$ 到 $\vec{V}$ 沿较小的夹角的旋转为顺时针方向。

注：右手三面系是定向的：当右手食指($\boldsymbol{V}$)伸直，中指($\boldsymbol{W}$)垂直于拇指($\boldsymbol{U}$)和食指时，拇指、食指和中指的方向。

102-03-31

左手三面系　left-handed trihedron

在三维欧几里得空间中，三个线性无关向量 $\boldsymbol{U}, \boldsymbol{V}, \boldsymbol{W}$ 的有序集，使得观察者从 $\boldsymbol{W}$ 的方向来看，观察从 $\boldsymbol{U}$ 到 $\boldsymbol{V}$ 较小的夹角的旋转为逆时针方向。

注：左手三面系是定向的：当左手食指($\boldsymbol{V}$)伸直，中指($\boldsymbol{W}$)垂直于拇指($\boldsymbol{U}$)和食指时，拇指、食指和中指的方向。

102-03-32

空间定向　space orientation

三维欧几里得空间的性质，决定于基的选取是右手三面系或者是左手三面系。

注 1：一般是选择右手基，除非为特殊目的使用左手基，这时要加以说明以避免正负符号的错误。

注 2：对任何 n 维向量空间，根据基向量行列式(相对于被选定为空间定向的基向量的行列式)的符号，基可以分为两类。

102-03-33

轴向量　axial vector

定向空间向量　space-oriented vector

三维欧几里得空间中，对于给定空间定向能够用一个向量表示，而对于另一个空间定向，就用其反

向量表示的数学对象。

注：轴向量的例子是两个极向量的向量积和极向量场的旋度，而轴向量量的例子是角速度和磁流密度。

102-03-34

极向量　polar vector

在三维欧几里得空间中，能够表示成一个与空间定向无关的向量的数学对象。

注1：术语"极向量"只在区别术语"轴向量"时用来代替术语"向量"。

注2：极向量的例子为几何位移和标量场的梯度，极向量量的例子为速率与电场强度。

102-03-35

伪标量　pseudo-scalar

三维欧几里得空间中，对于给定空间定向能够用一个标量表示，而对于另一个空间定向，就用其负标量表示的数学对象。

注：伪标量的例子是一个极向量和一个轴向量的标量积，以及三个极向量的标量三重积。

102-03-36

向量积　vector product

轴向量 $\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{V}$，与给定的两个向量 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 正交，使得三个向量 $\boldsymbol{U}$,$\boldsymbol{V}$ 和 $\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{V}$ 根据空间定向成为一个右手三面体或左手三面系。它的大小等于两个给定向量的大小与其夹角的正弦的乘积：$|\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{V}|=|\boldsymbol{U}|\cdot|\boldsymbol{V}|\cdot\sin\theta$

注1：在给定空间定向的三维欧几里得空间中，两个向量 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 的向量积是唯一的轴向量 $\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{V}$，使得在这个向量空间中的任何向量 $\boldsymbol{W}$，标量三重积 $(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\boldsymbol{W})$ 等于标量积 $(\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{V})\cdot\boldsymbol{W}$。

注2：对于两个向量 $\boldsymbol{U}=U_x\boldsymbol{e}_x+U_y\boldsymbol{e}_y+U_z\boldsymbol{e}_z$ 和 $\boldsymbol{V}=V_x\boldsymbol{e}_x+V_y\boldsymbol{e}_y+V_z\boldsymbol{e}_z$，其中 $\boldsymbol{e}_x,\boldsymbol{e}_y,\boldsymbol{e}_z$ 为规范正交基，向量乘积表示为 $\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{V}=(U_yV_z-U_zV_y)\boldsymbol{e}_x+(U_zV_x-U_xV_z)\boldsymbol{e}_y+(U_xV_y-U_yV_x)\boldsymbol{e}_z$。利用用于求得矩阵行列式的和的一个类似的和，向量积也可以表达为 $\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{V}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z\\ U_x & U_y & U_z\\ V_x & V_y & V_z\end{vmatrix}$。因此向量积是与反对称张量 $\boldsymbol{U}\otimes\boldsymbol{V}-\boldsymbol{V}\otimes\boldsymbol{U}$ 相关的轴向量(见102-03-43)。

注3：对两个复向量 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$，依赖于应用场合，可以用向量积 $\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{V}$,$\boldsymbol{U}^*\times\boldsymbol{V}$ 或者 $\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{V}^*$。

注4：类似的，向量积能够对一个极向量和一个轴向量定义，其结果为一个极向量，或者在一对轴向量上定义，结果为一个轴向量。

注5：在通常的三维空间中，两个向量量的向量乘积为由相关单位向量与标量量乘积所乘得到的向量乘积。

注6：向量乘积运算记作叉号(×)，置于表示两个向量的符号之间，不要用符号∧。

102-03-37

行列式(n 个向量的)　determinant (of n vectors)

对于一个给定基的 n 维空间中的 n 个向量所成的有序集合，当这些向量线性相关时为0，当它们为基向量时为1的唯一的由多重线性型得到的标量。

注1：当 n 个向量的分量为一个 $n\times n$ 矩阵的行或列时，这些向量的行列式等于这个矩阵的行列式：

$$\det(\boldsymbol{U}_1,\boldsymbol{U}_2,\cdots,\boldsymbol{U}_n)=\begin{vmatrix}U_{11} & U_{12} & \cdots & U_{1n}\\ U_{21} & U_{22} & \cdots & U_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ U_{n1} & U_{n2} & \cdots & U_{nn}\end{vmatrix}$$

注2：根据行列式的符号，这些向量与给定的基有相同或相反的定向。

注3：对三维欧几里得空间，三个向量的行列式为这些向量的标量三重积。

102-03-38

标量三重积　scalar triple product

三重积　triple product

一个伪标量，记为$(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\boldsymbol{W})$，对三维欧几里得空间的三个向量$\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\boldsymbol{W}$的有序集合，等于标量积$\boldsymbol{U}\cdot(\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{W})$。

注1：三个向量$\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\boldsymbol{W}$的标量三重积是这组向量在一组给定的正交基上的行列式：

$$(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\boldsymbol{W})=\begin{vmatrix}U_1 & U_2 & U_3\\ V_1 & V_2 & V_3\\ W_1 & W_2 & W_3\end{vmatrix}$$

注2：三个位置向量的标量三重积是由这组向量构成的平行六面体的体积，加上一个由空间定向决定的正负号。

102-03-39

二阶张量　tensor of the second order

张量　tensor

n维欧几里得向量空间中对任意一对向量都有定义的双线性型。

注1：给定一组规范正交基，二阶张量$\boldsymbol{T}$可由n^2个分量T_{ij}表出，通常写成方阵的形式，使得$\boldsymbol{T}$对一对向量$\boldsymbol{U}$和$\boldsymbol{V}$赋予一个标量$\sum_{i,j=1}^{n}T_{ij}U_iV_j$，其中$U_i$，$V_j$分别是$\boldsymbol{U}$和$\boldsymbol{V}$的坐标。

注2：二阶张量可以由两个向量的双线性型定义（共变张量），由两个线性型的双线性型定义（反变张量），或由一个向量与一个线性型的双线性型定义（混合张量）。对欧几里得空间来说，不必作出这些区分。我们可以更一般地由n-线性型定义n阶张量，对应的分量有n个指标。一阶张量被看作向量。零阶张量被看作标量。

注3：张量用一个粗黑体的字母符号或在一个字母符号上加两个箭头表示：$\boldsymbol{T}$或$\overrightarrow{\overrightarrow{T}}$。分量为$T_{ij}$的张量$\boldsymbol{T}$也可记为$(T_{ij})$。

注4：复张量$\boldsymbol{T}$定义为一个实部与一个虚部的和：$\boldsymbol{T}=\boldsymbol{A}+\mathrm{j}\boldsymbol{B}$，其中$\boldsymbol{A}$和$\boldsymbol{B}$都是实张量。

102-03-40

张量量　tensor quantity

一个二阶张量$\boldsymbol{T}$乘上一个标量量q得到的量$\boldsymbol{Q}$，$\boldsymbol{Q}=q\boldsymbol{T}$。

注1：张量量常用来描述从一个向量量$\boldsymbol{U}$到另一个向量量$\boldsymbol{V}$的线性变换，$V_i=\sum_j Q_{ij}U_j$。

注2：用分量表示的张量量的表达式，与向量量的表达式类似（见102-03-22的注1）。张量量的例子有：各向异性介质的介电常数和渗透系数，见GB/T 2900.60—2002。

注3：张量上定义的运算可以用到张量量上去。

102-03-41

并向量积　dyadic product

张量积（两个向量的）　tensor product (of two vectors)

对n维欧几里得空间的两个向量$\boldsymbol{U}$和$\boldsymbol{V}$，由双线性型$f(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})=(\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{X})(\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{Y})$定义的二阶张量，其中$\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{Y}$为该空间中的任意向量。

注1：利用向量的坐标，双线性型可以表示为$f(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})=(\sum_i U_iX_i)(\sum_j V_jY_j)=\sum_{ij}U_iV_jX_iY_j$，并向量积就是分量为$T_{ij}=U_iV_j$的张量。

注2：两个向量的并向量积记为$\boldsymbol{U}\otimes\boldsymbol{V}$或$\boldsymbol{UV}$。

102-03-42

对称张量　symmetric tensor

由对称双线性型$f(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V})=f(\boldsymbol{V},\boldsymbol{U})$定义的二阶张量。

注：对称张量的分量满足$T_{ij}=T_{ji}$，例如一个向量与它自身的张量积为对称张量。

102-03-43

反对称张量　antisymmetric tensor

由满足 $f(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V})=-f(\boldsymbol{V},\boldsymbol{U})$ 的双线性型定义的二阶张量。

注1：反对称张量的分量满足 $T_{ij}=-T_{ji}$，特别地 $T_{ii}=0$。

注2：定义在三维空间中的反对称张量的三个严格分量可以视为一个轴向量 $\begin{pmatrix} 0 & W_3 & -W_2 \\ -W_3 & 0 & W_1 \\ W_2 & -W_1 & 0 \end{pmatrix}$ 的坐标 W_1，W_2，W_3。与反对称张量 $\boldsymbol{U}\otimes\boldsymbol{V}-\boldsymbol{V}\otimes\boldsymbol{U}$ 对应的轴向量是两个向量的向量乘积。

102-03-44

张量积（两个张量的）　tensor product (of two tensors)

由一个四线性型定义的四阶张量，等价于定义同一个欧几里得空间中两个二阶张量的两个双线性型的乘积。

注1：张量 $\boldsymbol{T}$ 和 $\boldsymbol{S}$ 的张量积的分量为：$(\boldsymbol{T}\otimes\boldsymbol{S})_{ijkl}=T_{ij}S_{kl}$。

注2：两个张量的张量积记为 $\boldsymbol{T}\otimes\boldsymbol{S}$。

102-03-45

内积（两个张量的）　inner product (of two tensors)

收缩积（两个张量的）　contracted product (of two tensors)

对于两个二阶张量 $\boldsymbol{T}=(T_{ij})$ 和 $\boldsymbol{S}=(S_{kl})$，它们的内积仍为一个二阶张量，分量为 $(\boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{S})_{il}=\sum_{m}T_{im}S_{ml}$。

注：内积记为一个中高的点（·），置于两个表示张量的符号之间。

102-03-46

张量积（一个张量和一个向量的）　tensor product (of a tensor and a vector)

由一个三线性型定义的三阶张量，等价于给定的欧几里得空间中定义一个二阶张量的双线性型与等同于同一空间中一个向量的线性型的乘积。

注1：张量 $\boldsymbol{T}$ 和向量 $\boldsymbol{U}$ 的张量积的分量为 $(\boldsymbol{T}\otimes\boldsymbol{U})_{ijk}=T_{ij}U_k$。

注2：一个张量与一个向量的张量积记为 $\boldsymbol{T}\otimes\boldsymbol{U}$。

102-03-47

内积（一个张量和一个向量的）　inner product (of a tensor and a vector)

收缩积（一个张量和一个向量的）　contracted product (of a tensor and a vector)

对于一个二阶张量 $\boldsymbol{T}=(T_{ij})$ 和一个向量 $\boldsymbol{U}=(U_k)$，它们的内积是一个向量，其分量为 $(\boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{U})_i=\sum_{m}T_{im}U_m$。

注1：因为一阶张量被视为向量，所以两个向量的内积就是它们的标量积。

注2：一个例子：电场强度 $\boldsymbol{E}$ 与电通量密度 $\boldsymbol{D}$ 之间的关系满足 $\boldsymbol{D}=\overset{\rightleftarrows}{\varepsilon}\cdot\boldsymbol{E}$，其中 $\overset{\rightleftarrows}{\varepsilon}$ 为一个各向异性介质的绝对介电常数。

注3：张量与向量的内积记为一个中高的点（·），置于两个符号之间。

102-03-48

标量积（两个张量的）　scalar product (of two tensors)

对于两个二阶张量 $\boldsymbol{T}=(T_{ij})$ 和 $\boldsymbol{S}=(S_{kl})$，由 $\boldsymbol{T}:\boldsymbol{S}=\sum_{mn}T_{mn}S_{nm}$ 定义的标量。

注：两个张量的标量积记为冒号（:），置于两个张量符号之间。

102-03-49

克罗内克张量　Kronecker tensor

分量为 $T_{ij}=\delta_{ij}$ 的二阶张量，其中 δ_{ij} 为克罗内克 δ，当 $i=j$ 时为 1，$i\neq j$ 时为 0。

注1：克罗内克张量的分量与使用的基无关，任一张量或向量与克罗内克张量的内积仍为原张量或向量。

注2：一个各向异性的介质在每一点处的性质用一个二阶张量量表示。而在一个各向同性的介质中，这个量只需用克罗内克张量与一个标量量的积表示。在实际应用中，这个量被看作是一个标量量。

3.4 几何

102-04-01

点　point

点空间的元素。

102-04-02

直线　straight line

线　line

点空间的一维子空间。

注：一条过点 O 的直线是位置向量 r_P 满足 $r_P = \alpha V$ 的点 P 的集合，其中 α 为一个标量，V 是一个由点空间对应的向量空间中的非 0 向量。

102-04-03

直线段　straight-line segment

一条直线上两点间的部分。

注：若 r_A，r_B 是 A，B 两点的位置向量，则直线段 AB 是由满足 $r_P = ur_A + (1-u)r_B$，$0 \leqslant u \leqslant 1$ 的点 P 构成的集合，其中 r_A 为 P 的位置向量。

102-04-04

轴　axis

在实的点空间中，含有原点的定向直线。

注：一条轴定义了一个方向。

102-04-05

平面　plane

点空间的二维子空间。

102-04-06

共线的　collinear

在同一条直线上。

注：三个点，一个点与一条直线段，或两条直线段都有可能共线。

102-04-07

共面的　coplanar

在同一个平面内。

注：四个点或两条直线段都有可能共面。

102-04-08

平行的　parallel，adj

形容在一个点空间中，

- 当一条直线与另一条共面直线没有公共点或它们重合；
- 当一个平面内包含一条与已知直线平行的直线；
- 当一个平面内的任一条直线都能在另一平面内找到与之平行的直线；

注 1：两条直线或两个平面的平行关系是等价关系。

注 2：直线平行的通常说法有："直线 A 平行于直线 B"或"直线 A 与 B 平行"或"A，B 是平行直线"。对于其他情形，也有类似的说法。

102-04-09

垂直的　perpendicular，adj

形容在一个欧几里得空间中，

- 一条直线与另一条直线垂直，如果它们对应的向量是正交的。

- 一条直线与一个平面垂直，如果这条直线与该平面内任意直线都垂直。
- 一个平面与另一个平面垂直，如果它包含一条垂直于另一平面内所有直线的直线。

注：直线垂直的通常说法有“直线 A 垂直于直线 B”，“直线 A 与 B 垂直”或“A，B 是互相垂直的直线”。对于其他情形，也有类似的说法。

102-04-10

投影（平面上的） **projection** (upon a plane)

一个三维点空间中，对任意一点 A，一个给定的平面 P 和一条不平行于 P 的直线 d，过 A 点且平行于 d 的直线 d' 与平面 P 的唯一交点 A'，称为 A 在平面 P 上的投影。

注：见图 1。

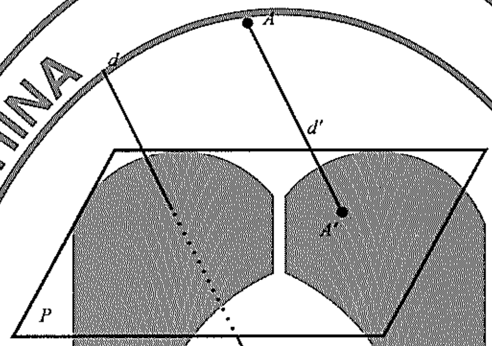

图 1 平面上的投影

102-04-11

投影（直线上的） **projection**(upon a line)

在一个平面内，对任意点 A 和两条给定的不平行的直线 d 和 p，过 A 点且平行于直线 d 的直线 d' 与 p 的唯一交点 A'，称为 A 在直线 p 上的投影。

注：见图 2。

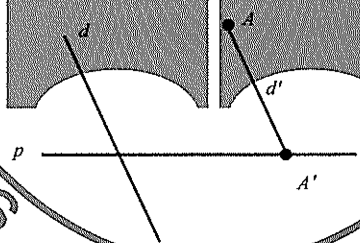

图 2 直线上的投影

102-04-12

正交投影（平面上的） **orthogonal projection**(upon a plane)

在平面上且与一条垂直于该平面的直线平行的投影。

102-04-13

正交投影（直线上的） **orthogonal projection**(upon a line)

在直线 p 上且与垂直于该直线的直线 d 平行的投影。

102-04-14

角（几何中的） **angle**(in geometry)

平面角 **plane angle**

- 对两条直线，它们分别对应的向量之间的角。
- 对一条直线和一个平面，这条直线和它在这个平面上的正交投影所成的角。

- 对两个平面，分别与这两个平面垂直的两条直线所成的角。

注 1：角的国际单位制单位是弧度(记为 rad)。其他的单位有度(记为°)，分(记为′)和秒(记为″)，$1^\circ=(\pi/180)\mathrm{rad}$，$1'=(1/60)^\circ$，$1''=(1/60)'$。

注 2：仅在区分"立体角"时，我们才用"平面角"代替术语"角"。

102-04-15

曲线　curve

在点空间中或在平面上，位置向量构成一个连续函数 $r=f(u)$ 的点的集合，其中参数 u 是一个给定区间中的实数。

注：平面曲线也可以从代数角度用方程 $f(x,y)=0$ 来定义。

102-04-16

闭曲线　closed curve

参数区间的两个端点的值对应的曲线上的点重合的曲线。

102-04-17

折线　polygonal line

对 n 个点 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的有序集合，连续的 $n-1$ 个直线段 $A_1A_2,A_2A_3,\cdots,A_{n-1}A_n$。

102-04-18

长度(曲线的)　length(of a curve)

由一条曲线上相应于其参数区间端点值的两个点之间相继的点所确定的任意折线长度的最小上界，如果它存在的话。

注 1：由位置向量 $r=f(u)$(其中参数 u 在区间$[a,b]$上取值，$a\leqslant b$)定义的从 A 到 B 的曲线的长度是线积分

$$\int_A^B |\mathrm{d}r| = \int_a^b \left|\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}u}\right| \mathrm{d}u。$$

注 2：在通常的几何空间中，曲线的长度是一个具有长度量纲的量。

102-04-19

定向(曲线的)　orientation(of a curve)

由位置向量 $r(u)$ 描述的曲线的性质，与参数 u 的值的增大或减小相关。

102-04-20

定向曲线　oriented curve

在两个定向中选定了一个的曲线。

102-04-21

闭路　closed path

定向闭曲线。

102-04-22

坐标(沿曲线的)　abscissa(along a curve)

对于一条有始点的定向曲线上给定的一点，它的横坐标是一个实数，其绝对值等于从始点到这点之间的曲线的长度，正负号取决于从始点到这点的路径与曲线的定向是否一致。

注 1：对于由位置向量 $r=f(u)$(参数 u 的函数)定义的一条曲线，如果当 $u=0$ 时对应于始点 O，则 $u=u_M$对应的点 M 的横坐标就是线积分：

$$\int_O^M |\mathrm{d}r| = \int_0^{u_M} \left|\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}u}\right| \mathrm{d}u。$$

注 2：在通常的几何空间中，沿一条曲线的横坐标是一个一维的长度度量的量。

102-04-23

切线(曲线的)　tangent(to a curve), noun

给定曲线上一点 M，连接 M 与曲线上另一点 N 得到一条直线，当 M 与 N 之间的欧几里得距离趋

于 0 时，若直线的极限存在，则定义为曲线在 M 处的切线。

102-04-24

密切(平)面(曲线的)　osculating plane(of a curve)

给定曲线上一点 M，M 处的切线与曲线上另一点 N 确定一个平面，当 M 与 N 之间的欧几里得距离趋于 0 时，若平面的极限存在，则定义为曲线在 M 处的密切平面。

102-04-25

法线(曲线的)　normal(to a curve)，noun

对曲线上一个给定的点 M，过 M 点且与 M 处的切线垂直的任意直线。

102-04-26

主法线(曲线的)　main normal(to a curve)

对曲线上一个给定的点 M，在 M 处的密切平面内的法线。

102-04-27

副法线(曲线的)　binormal(to a curve)

对曲线上一个给定的点 M，与 M 处的密切平面垂直的法线。

102-04-28

圆　circle

在通常的几何空间中，平面内到一个定点的欧几里得距离等于定长的所有点构成的曲线。

102-04-29

圆盘　disk

圆(在此意义下拒用)　circle (deprecated in this sense)

在通常的几何空间中，平面内到一个定点的欧几里得距离小于或等于定长的所有点构成的集合。

102-04-30

弧度　radian

rad

在圆上截取的弧的长度等于半径长的两条半径对应的向量之间的角。

注：弧度是角的国际单位制的单位。

102-04-31

曲面　surface

在三维点空间中，位置向量是一个定义在某区域 U 中的实数对 u 和 v 的二元连续函数 $r=f(u,v)$，$(u,v)\in U\subseteq \boldsymbol{R}^2$ 的点的集合。

注：曲面也可以由一族依赖于一个参数的曲线生成，或在一个三维空间中，由方程 $f(x,y,z)=0$ 代数地定义。

102-04-32

闭曲面　closed surface

一个连成一块的曲面。它将空间中所有不在曲面上的点分为两部分：有界的内部区域和无界的外部区域，并且任一连接内部区域的点和外部区域的点的直线段至少与该曲面交于一点。

102-04-33

面积　area

与三维欧几里得空间的曲面的子集相联系的唯一正数(若存在)，具有以下性质：

- 对于一个矩形，这个值为两边的长度之积。
- 对于一些不相交子集的并，这个值是所有子集的值之和。
- 对于更复杂的子集，这个值是被一些和所逼近，由一个积分给出。

注 1：由直线 $x=a$，$y=b$，$y=0$ 和曲线 $y=f(x)$ 对应的弧围成的平面部分的面积为 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$，其中 $a<b$，$f(x)\geqslant 0$。

注 2：由 $r=f(u,v)$，$(u,v)\in U\subseteq \boldsymbol{R}^2$ 定义的曲面的面积为 $\iint\limits_U \left|\frac{\partial f}{\partial u}\cdot\frac{\partial f}{\partial v}\right|\cdot \mathrm{d}u\mathrm{d}v$。

注 3：由方程 $z=f(x,y)$ 定义的曲面的面积为 $\iint\limits_S \sqrt{1+\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$。

注 4：在通常的几何空间中，曲面的面积是一个具有长度平方量纲的量。

102-04-34

切平面　**tangent plane**

对于曲面上的一点，使得曲面上任意一条过该点的曲线在这点处的切线都位于其中的平面（若存在）。

注：对于由 $r=f(u,v)$，$(u,v)\in U\subseteq \boldsymbol{R}^2$ 定义的曲面，点 $r(u_0,v_0)$ 处的切平面由向量 $\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)_{\substack{u=u_0\\v=v_0}}$ 和 $\left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)_{\substack{u=u_0\\v=v_0}}$ 确定，若它们线性无关的话。

102-04-35

法线(曲面的)　**normal**(to a surface), noun

对于曲面上的一点，过该点且垂直于这点的切平面的直线。

102-04-36

定向(曲面的)　**orientation**(of a surface)

对于一个在任意点处都存在切平面的曲面，由在各个点处选定的连续变化的两个单位法向量之一决定确定的性质。

注：一个闭曲面的定向是向内的或向外的。对一些曲面，例如默比乌斯带，只能定义局部的定向。

102-04-37

定向曲面　**oriented surface**

在两个可能的定向中选定了一个定向的曲面。

注：曲面在一定处的定向由这点处的向量曲面元素的方向给出。

102-04-38

柱面　**cylindrical surface**

与一条给定的直线平行，且与一条给定的曲线相交的所有直线构成的曲面。

102-04-39

三维区域　**three-dimensional domain; 3-D domain**

一个三维点空间中，由一个或几个曲面围成的，连成一体的所有的点构成的集合。

102-04-40

体积　**volume**

V

一个三维区域的体积如果存在，则是一个唯一确定的正数，且具有以下性质：

- 对于一个长方体，这个值等于三边长的乘积。
- 对于一些互不相交区域的并，这个值是与这些区域相关的值的和。
- 对于更复杂的区域，这个值可以被一些和所逼近，由一个积分给出。

注 1：三维区域 D 的体积 V 由一个体积积分 $\iiint\limits_D \mathrm{d}V$ 给出，其中 $\mathrm{d}V$ 是体积元素(102-05-10)。

注 2：在通常的几何空间中，体积是一个具有长度立方量纲的量。

102-04-41

柱体　**cylinder**

由柱面和两个不平行于柱面母线的平行平面所围成的三维区域。

注：垂直于柱面母线的平面与柱面的交集可以是任何形状，不一定是圆。

102-04-42

圆柱体　circular cylinder

垂直于柱面母线的平面与柱面的交集是圆的柱体。

102-04-43

球面　sphere

在通常的几何空间中，到定点的欧几里得距离是定长的所有的点组成的闭曲面。

102-04-44

球　ball;sphere (deprecated in this sense)

在通常的几何空间中，到定点的欧几里得距离小于或等于定长的所有的点组成的三维区域。

102-04-45

锥体　cone

以一个公共点为出发点的射线围成的三维区域，这个公共点称为顶点。

注：通常用一个平面或一个中心在锥体顶点的球与锥体的交集来描述一个锥体。

102-04-46

立体角　solid angle

以锥体的顶点为球心的球面被锥体所截部分的面积与球半径平方的比。

注：立体角的国际单位制单位是球面度。

102-04-47

球面度　steradian

一个锥体的立体角，若以该锥体的顶点为球心的球面被锥体所截部分的面积等于球半径的平方。

注：球面度是国际单位制的立体角的单位。

102-04-48

对称　symmetry

欧几里得空间到它自身的映射(不包括恒等映射)，保持任意两点间的欧几里得距离不变，且与自身的复合为恒等映射。

102-04-49

对称的　symmetric, adj

适用于三维欧几里得空间中由点组成的一个构形，如果该构形在空间到其自身的给定的保欧几里得距离的映射下保持不变。

注：例

- 周期的构形按平移对称。
- 按旋转$\frac{2\pi}{n}$(n为整数)对称或按任意旋转对称。
- 按镜像对称。
- 以上情况的复合。

102-04-50

关于点的对称　symmetry with respect to a point

对于一个给定的点O，称点M与M'对称，若直线段MM'的中点为O。

102-04-51

对称中心　centre of symmetry

使得给定的空间的一部分关于这个点的对称保持不变的点。

102-04-52

关于直线的对称　symmetry with respect to a line

对于一条给定的直线，称点M与M'关于这条直线对称，若直线段MM'与该直线垂直，且中点在该直线上。

102-04-53

对称轴 axis of symmetry

使得给定的空间的一部分关于这条直线的对称保持不变的直线。

102-04-54

关于平面的对称 symmetry with respect to a plane

镜对称 mirror symmetry

对于一个给定的平面，点 M 与 M' 关于这个平面对称，若直线段 MM' 与该平面垂直，且中点在该平面内。

102-04-55

对称平面 plane of symmetry

使得给定空间的一部分关于这个平面的对称保持不变的平面。

3.5 标量场和向量场

102-05-01

标量线元素 scalar line element

对一条给定定向曲线上的一个定点，该点横坐标的微分。

注：对一条由位置向量 $\vec{r}$ 定义的曲线，其中 $\vec{r}$ 为参数 u 的函数，它的标量线元素为 $\left|\frac{d\vec{r}}{du}\right|du$。

102-05-02

向量线元素 vector line element

向量路径元素 vector path element

在一条给定定向的曲线的一个定点处与曲线相切的实向量，其大小等于该点的标量线元素的绝对值，方向与曲线的定向相一致。

注：向量线元素可以记成 $e_t ds$ 或 dr，有时记为 $t ds$，其中 $e_t = t$ 是曲线的单位切向量，ds 是标量线元素，dr 是描述有原点的曲线的位置向量的微分。

102-05-03

线积分 line integral

沿着一条定向曲线的一部分进行的积分，其微分元是标量、向量或张量同标量线元素或向量线元素的任意类型的积。

注：线积分可能是标量、向量或张量，取决于乘积的类型。

102-05-04

标量的定向线积分 scalar line integral oriented

微分元是一个向量和一个向量线元素的标量积的线积分。

注：向量 V 沿着定向曲线 Γ 的标量线积分记为 $\int_{\Gamma} V \cdot dr$。

102-05-05

环路积分 circulation

沿着一条闭曲线的线积分，其微分元为一个向量和一个向量线元素的标量积。

注：向量 V 沿着一条定向的闭曲线 Γ 的标量线积分记为 $\oint_{\Gamma} V \cdot dr$。

102-05-06

标量曲面元素 scalar surface element

在一个给定曲面上的一个定点处，包含这个点且被包含在一个半径无穷小的球面内的曲面元素的面积

注 1：由 $r = f(u,v)$ 定义的曲面的标量曲面元素由 $\left|\frac{\partial f}{\partial u} \times \frac{\partial f}{\partial v}\right| \cdot du dv$ 给出，其中 $(u,v) \in U \subseteq \mathbf{R}^2$。

注 2：由方程 $z = f(x,y)$ 定义的曲面的标量曲面元素由 $\sqrt{1+\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}\, dx dy$ 给出。

102-05-07

向量曲面元素　vector surface element

对于一个三维欧几里得空间中给定平面上的一个定点，该点处曲面的一个法向量，其大小等于该点处的标量曲面元素。

注 1：当空间定向为一个右手三面体时，向量曲面元素的方向定义了那一点的曲面的定向为逆时针方向，若观察者沿着该向量的反方向观察的话。

注 2：对于一个由 $r=f(u,v)$，$(u,v)\in U\subseteq R^2$ 定义的曲面，向量曲面元素由 $\frac{\partial f}{\partial u}\times\frac{\partial f}{\partial v}\cdot \mathrm{d}u\mathrm{d}v$ 给出。

注 3：向量曲面元素最好用 $e_n\mathrm{d}A$ 表示，有时用 $n\mathrm{d}A$，其中 $e_n=n$ 为曲面的单位法向量，$\mathrm{d}A$ 为标量曲面元素。

102-05-08

曲面积分　surface integral

在曲面的一部分上的积分，其微分元是一个标量、向量或张量与标量曲面元素或向量曲面元素的任意类型的积。

注：这个积分可能是标量、向量或张量，取决于积的类型。

102-05-09

通量(向量的)　flux(of a vector)

微分元为一个向量和向量曲面元素的标量积的曲面积分。

注：向量 V 通过曲面 S 的通量记为 $\iint_S V\cdot e_n\mathrm{d}A$，若 S 是闭曲面，通量记为 $\oiint_S V\cdot e_n\mathrm{d}A$。

102-05-10

体积元素　volume element

与一个给定点相关的标量，等于一个包含该点且被包含在一个半径无穷小的球面内三维元素的体积。

注：若有一个正交的笛卡儿坐标系，体积元素为 $\mathrm{d}V=\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$。

102-05-11

体积积分　volume integral

在一个给定的三维区域上的积分，其微分元为一个标量、向量或张量与体积元素的积。

注：这个积分可能为一个标量、向量或张量，取决于积的类型。

102-05-12

场　field

在三维欧几里得空间的一个给定区域，在每一个点上赋予一个标量、向量、张量或这类元素构成的相互关联的集合的函数。

注 1：一个场可以表示一种物理现象，诸如声强场、重力场、地球磁场、电磁场。

注 2：在英语中，术语“field”在数学中还有另外一个意思“域”，见 102-02-18，注 2。

102-05-13

标量场　scalar field

在三维欧几里得空间的一个给定区域内，在每一个点处赋予一个标量的场。

102-05-14

向量场　vector field

在三维欧几里得空间的一个给定区域内，在每一个点处赋予一个向量的场。

102-05-15

场线　field line

在一个向量场中的一条路径，在其上每个点处的切线方向与向量场在该点确定的向量方向一致。

102-05-16

张量场 tensor field

在三维欧几里得空间的一个给定区域内，在每一个赋予引出一个张量的场。

102-05-17

场量 field quantity

在一个有定义的空间区域内的每个点处都存在，与点的位置相关的标量量、向量量或张量量。

注 1：场量可能是时间或任何其他参数的函数。

注 2：在英语中术语"field quantity"，在法语中"grandeur de champ"，在 IEC 60027-3 中被用来记诸如电压、电流、声压、电场强度等量，它们在线性系统中的平方与功率成正比，与功率成比例的量被称为"功率量"，不管这些量是否与点的位置有关。

102-05-18

纳布拉算子 nabla operator，nabla

形式上表示为一个向量的符号，用来表示一个给定的空间区域内的每一点处的作用在标量或向量上的微分算子。在规范正交的笛卡儿坐标系中，表示成 $\nabla = e_x \dfrac{\partial}{\partial x} + e_y \dfrac{\partial}{\partial y} + e_z \dfrac{\partial}{\partial z}$，其中，$e_x$，$e_y$，$e_z$ 为沿 x，y，z 轴的单位向量。

注：推荐用粗体的印刷符号 ∇ 记。

102-05-19

梯度 gradient

与一个给定空间区域每个点处的标量 f 相关联的一个向量 **grad** f，其方向为标量场等值面的法方向，且为 f 值增加的方向，其大小等于 f 在该方向上关于距离的导数的绝对值。

注 1：梯度表示标量场量 f 从一个定点到在一个给定的单位向量 e 方向上与它的距离为一个无穷小量 ds 的一个点的改变量，由标量积 $df = \mathbf{grad}\ f \cdot e ds$ 给出。

注 2：在规范正交的笛卡儿坐标系中，沿三个坐标轴方向的梯度为 $\dfrac{\partial f}{\partial x}$，$\dfrac{\partial f}{\partial y}$，$\dfrac{\partial f}{\partial z}$。

注 3：标量场 f 的梯度记为 **grad**f 或 ∇f。

102-05-20

散度 divergence

与一个给定空间区域每个点处的向量 $\boldsymbol{U}$ 相关联的一个标量 div $\boldsymbol{U}$，等于通过一个闭曲面 S 的向量 $\boldsymbol{U}$ 的通量与该曲面内部的体积 V 的比在 V 的所有方向的大小都变为无穷小时的极限：

$$\mathrm{div}\boldsymbol{U} = \lim_{V \to 0} \frac{1}{V} \oiint_S \boldsymbol{U} \cdot e_n \mathrm{d}A,$$

其中 $e_n \mathrm{d}A$ 为定向向外的向量曲面元素。

注 1：在规范正交的笛卡儿坐标系中，散度为 $\mathrm{div}\boldsymbol{U} = \dfrac{\partial U_x}{\partial x} + \dfrac{\partial U_y}{\partial y} + \dfrac{\partial U_z}{\partial z}$。

注 2：向量场 $\boldsymbol{U}$ 的散度记为 div $\boldsymbol{U}$ 或 $\nabla \cdot \boldsymbol{U}$。

102-05-21

无散场 solenoidal field

零散度场 zero-divergence field

散度为零的向量构成的向量场。

102-05-22

旋度 rotation；curl

与一个给定空间区域每个点处的向量 $\boldsymbol{U}$ 相关联的一个向量 **rot** $\boldsymbol{U}$，等于向量曲面元素与向量 $\boldsymbol{U}$ 的向量积在一个闭曲面 S 上的积分与该曲面内部的体积 V 的比在包含这个曲面的球的半径趋于 0 时的

极限：$\mathrm{rot}U=\lim\limits_{V\to 0}\frac{1}{V}\oiint\limits_{S}e_n\times U\mathrm{d}A$。

其中 $e_n\mathrm{d}A$ 为定向向外的向量曲面元素，V 为体积。

注 1：在规范正交的笛卡儿坐标系中，旋度的三个坐标为：$\frac{\partial U_z}{\partial y}-\frac{\partial U_y}{\partial z},\frac{\partial U_x}{\partial z}-\frac{\partial U_z}{\partial x},\frac{\partial U_y}{\partial x}-\frac{\partial U_x}{\partial y}$。

注 2：极向量的旋度为轴向量，轴向量的旋度为极向量。

注 3：向量场 U 的旋度记为 **rot** $\boldsymbol{U}$ 或 $\nabla\times U$，在一些英文的教科书中，旋度也记为 **curl** $\boldsymbol{U}$。

102-05-23

无旋场　irrotational field

旋度为零的向量场。

注：我们也称一个静态的无旋场为保守场，意思是能量守恒。

102-05-24

位势　potential

标量位势　scalar potential

在一个给定的空间区域的每个点处的标量 φ，其梯度的相反数为一个给定的无旋场的向量 U：$U=-\mathbf{grad}\varphi$。

注 1：给定的向量场 $\boldsymbol{U}$ 称为由标量位势 φ 导出的场。

注 2：标量位势不是唯一的，其实在一个给定的标量位势上加上任意的一个标量常值都不改变它的梯度。

注 3：标量位势的一个例子是电势，它的梯度的相反数为电场强度。

注 4：只在为了区别“向量位势”时，我们才用“标量位势”代替“位势”。

102-05-25

等势的　equipotential, adj

形容一个集合中的所有点都有相同的标量位势。

102-05-26

向量位势　vector potential

在一个给定的空间区域的每个点处的向量 U，它的旋度是一个给定的无散矢场的向量 $\boldsymbol{V}$：$\boldsymbol{V}=\mathbf{rot}\,\boldsymbol{U}$。

注 1：给定的向量场称为由向量位势导出的场。

注 2：向量位势不是唯一的，其实在一个给定的向量位势上加上任意一个无旋场都不改变它的旋度。我们经常选定散度为 0 的向量位势。

注 3：如向量位势被用来表示磁向量位势(A)，它的旋度为磁通量密度(B)。

102-05-27

拉普拉斯算子　Laplacian operator; Laplacian

作用于一个给定的空间区域上每一点处的标量或向量上的运算，在规范正交的笛卡儿坐标系中，用符号 Δ 表示，$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$。

注：拉普拉斯算子记为 Δ，∇^2 或 $\nabla\cdot\nabla$。

102-05-28

拉普拉斯算子(标量场的)　Laplacian(of a scalar field)

在一个给定的空间区域的每个点处与标量 f 相关联的标量 Δf，等于这个标量场的梯度的散度：$\Delta f=\mathbf{div\ grad}\ f$。

注 1：在正交笛卡尔坐标系中，标量场量的拉普拉斯运算为：$\Delta f=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$。

注 2：标量场 f 的拉普拉斯运算记为 Δf 或 $\nabla^2 f$，其中 Δ 为拉普拉斯算子。

102-05-29

拉普拉斯算子(向量场的)　Laplacian(of a vector field)

在一个给定空间区域的每个点处,与向量 $\boldsymbol{U}$ 相关的向量 $\Delta\boldsymbol{U}$,等于这个向量空间的散度的梯度减去这个向量空间的旋度的旋度:$\Delta\boldsymbol{U}=\mathbf{grad}\ \mathrm{div}\ \boldsymbol{U}-\mathbf{rot}\ \mathbf{rot}\ \boldsymbol{U}$。

注 1:在正交笛卡儿坐标系中,一个向量场的拉普拉斯运算的三个分量为:$\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2}$,$\frac{\partial^2 U_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 U_y}{\partial z^2}$,$\frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2}$。

注 2:向量场 $\boldsymbol{U}$ 的拉普拉斯运算记为 $\Delta\boldsymbol{U}$ 或 $\nabla^2\boldsymbol{U}$,其中 Δ 为拉普拉斯算子。

102-05-30

散度定理　divergence theorem

高斯定理　Gauss theorem

场论中的一个定理:对于一个定向向外的闭曲面 S 围成的三维区域 V 及其上的向量场 $\boldsymbol{U}$,$\boldsymbol{U}$ 的散度在 V 上的体积积分等于这个场通过曲面 S 的通量:$\iiint_V \mathrm{div}\ \boldsymbol{U}\mathrm{d}V=\oint\!\!\oint_S \boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{e}_n\mathrm{d}A$,其中 $\mathrm{d}V$ 为体积元素,$\boldsymbol{e}_n\mathrm{d}A$ 为向量曲面元素。

注 1:散度定理可以推广到 n 维欧几里得空间中。

注 2:在静电学中,散度定理被用来表示通过一个闭曲面的电通量等于曲面内的区域内所有的电荷总量,被称为"高斯定理"。

注 3:在英文中,散度定理有时被称为奥斯楚格莱第斯基定理。

102-05-31

斯托克斯定理　Stokes theorem; circulation theorem

场论中的一个定理:对于一条闭曲线 C 限定的一块曲面 S 及其上一个给定的向量场 $\boldsymbol{U}$,$\boldsymbol{U}$ 的旋度在 S 上的曲面积分等于这个场沿曲线 C 的环路积分:$\iint_S \mathbf{rot}\ \boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{e}_n\mathrm{d}A=\oint_C \boldsymbol{U}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$,其中 $\boldsymbol{e}_n\mathrm{d}A$ 是向量曲面元素,$\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 为向量线元素。

注 1:曲面 S 的由曲线 C 诱导的定向的选取满足:在 C 上的任意一点的向量线元素,定义了 S 的定向的单位法向量和与这两个向量垂直,且指向曲线外部的单位向量构成了一个右手系或左手系,取决于空间的定向。

注 2:斯托克斯定理可以推广到 n 维欧几里得空间。

注 3:在静磁学中,斯托克斯定理被用来表示通过曲面 S 的磁通量等于磁向量位势在 C 上的环路积分,这个环路积分定义了磁通链,见 GB/T 2900.60—2002,121-11-24。

102-05-32

格林第一公式　first Green formula

相当于对向量场 $f_1\mathbf{grad}f_2$ 应用散度定理,其中 f_1 与 f_2 为由闭曲面 S 围成的三维区域 V 上的两个标量场:$\iiint_V(\mathbf{grad}f_1\cdot\mathbf{grad}f_2+f_1\Delta f_2)\mathrm{d}V=\oint\!\!\oint_S f_1\mathbf{grad}f_2\cdot\boldsymbol{e}_n\mathrm{d}A$,其中 $\mathrm{d}V$ 为体积元素,$\boldsymbol{e}_n\mathrm{d}A$ 为向量曲面元素,Δ 为拉普拉斯算子。

注:格林第一公式有时被称为格林第一定理或格林第一恒等式。

102-05-33

格林第二公式　second Green formula

相当于对向量场 $f_1\mathbf{grad}f_2-f_2\mathbf{grad}f_1$ 应用散度定理的结果,其中 f_1 与 f_2 为由闭曲面 S 围成的三维区域 V 上的两个标量场:$\iiint_V(f_1\Delta f_2-f_2\Delta f_1)\mathrm{d}V=\oint\!\!\oint_S(f_1\mathbf{grad}f_2-f_2\mathbf{grad}f_1)\cdot\boldsymbol{e}_n\mathrm{d}A$,其中 $\mathrm{d}V$ 为体积元素,$\boldsymbol{e}_n\mathrm{d}A$ 为向量面元素,Δ 为拉普拉斯算子。

注 1:格林第二公式有时被称为格林第二定理或格林第二恒等式。

注 2:格林第二公式中 f_1 与 f_2 是完全对称的。

3.6 矩阵

102-06-01

矩阵 matrix

排成 m 行,n 列的 mn 个标量的排列。

注 1：排列中的标量被称为矩阵的元素。

注 2：矩阵符号也用在标量量上，这些量并不需要类型相同，例如阻抗矩阵和 H-矩阵(见 IEC 60027-2)。矩阵符号有时用来表示算子，在每一种情况中都是合理的。

注 3：矩阵用一个斜体的黑体字母表示或将元素的排列表格放在一个圆括号内：$\boldsymbol{A}$ 或 $\begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & \cdots & A_{mn} \end{pmatrix}$,记号 (A_{ij}) 也被使用，如为了区别矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与向量 $\boldsymbol{A}$ 时，也可以用方括号代替圆括号。对一个矩阵 $\boldsymbol{A}$,第 i 行，第 j 列的元素可以记为 $(A)_{ij}$ 或 A_{ij},如果没有歧义的话。

注 4：如果元素是复数或复量，则称矩阵为复的。一个复矩阵可以记为 $\underline{A}$,其元素记为 $(\underline{A}_{ij})$ 或 $\underline{A}_{ij}$。

102-06-02

型(矩阵的) type (of a matrix)

给定矩阵的行数 m 和列数 n 的有序整数对。

注：m 行,n 列的矩阵记为 $A_{m\times n}$,读为"$m\times n$ 型矩阵",或简称"$m\times n$ 矩阵"。

102-06-03

行矩阵 row matrix

行向量(拒用) row vector (deprecated)

只有一行的矩阵。

注：有 n 列的行矩阵的类型为 $1\times n$。

102-06-04

列矩阵 column matrix

列向量(拒用) column vector (deprecated)

只有一列的矩阵。

注 1：有 m 行的列矩阵类型为 $m\times 1$。

注 2：列矩阵通常用来表示一个向量的构成。

注 3：在电路理论中，列矩阵被用来表示网络端口的电压或电流的集合。

102-06-05

矩阵与标量的积 product of a matrix by a scalar

对一个元素为 A_{ij} 的矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和标量 α,具有元素 $(\alpha A)_{ij}=\alpha A_{ij}$ 的矩阵 $\alpha\boldsymbol{A}$。

102-06-06

两个矩阵的和 sum of two matrices

对两个分别具有元素 A_{ij} 和 B_{ij} 的同型矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$,具有元素 $(A+B)_{ij}=A_{ij}+B_{ij}$ 的矩阵 $A+B$。

102-06-07

零矩阵 zero matrix

所有元素都等于 0 的给定型的矩阵。

注 1：零矩阵是矩阵加法的零元素。

注 2：如果一个矩阵有至少一个非零元素，则称为非零矩阵。

102-06-08

两个矩阵的积 product of two matrices

对于具有元素分别为 A_{ik} 和 B_{kj} 的 $m\times p$ 型矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $p\times n$ 型矩阵 $\boldsymbol{B}$,具有元素 $(AB)_{ij}=\sum_{k=1}^{p}A_{ik}B_{kj}$

的 $m\times n$ 型矩阵 $\boldsymbol{AB}$。

注：只有当第一个矩阵的列数等于第二个矩阵的行数时才有乘积存在。

102-06-09

方阵　square matrix

行数与列数相等的矩阵。

注：方阵常被用来表示一个二阶张量的构成。

102-06-10

阶(方阵的)　order (of a square matrix)

一个方阵的行数或列数。

102-06-11

乘法(方阵的)　multiplication (of square matrices)

在一个给定的阶的方阵集合上定义的运算，它将任意一对有序的方阵($\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$)对应到它们的积 $\boldsymbol{AB}$。

注：方阵的乘法满足结合律：$(\boldsymbol{AB})\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{BC})$，但不满足交换律，一般地，$\boldsymbol{AB}\neq\boldsymbol{BA}$。

102-06-12

克罗内克 δ　Kronecker delta

克罗内克符号　Kronecker symbol (deprecated)

任意一对自然数 i,j 对应的一个自然数，若 $i=j$ 等于 1，若 $i\neq j$ 等于 0。

注：克罗内克 δ，记为 δ_{ij}。

102-06-13

单位矩阵　unit matrix

元素为克罗内克 δ：$E_{ij}=\delta_{ij}$ 的方阵 $\boldsymbol{E}$。

注 1：单位矩阵是乘法单位元素，$\boldsymbol{AE}=\boldsymbol{EA}=\boldsymbol{A}$，对任意给定阶的方阵 $\boldsymbol{A}$ 成立。

注 2：n 阶方阵记为 $\boldsymbol{E}_n$ 或 $\boldsymbol{I}_n$。

102-06-14

正则矩阵　regular matrix

对元素为 A_{ij} 的 n 阶方阵，以它的第 i 行元素即 $A_{i1},A_{i2},\cdots,A_{in}$ 为坐标的向量记为 $\boldsymbol{V}_i$，n 个这样的向量线性无关的方阵。

102-06-15

奇异矩阵　singular matrix

对元素为 A_{ij} 的 n 阶方阵，以它的第 i 行元素，即 $A_{i1},A_{i2},\cdots,A_{in}$ 为坐标的向量记为 $\boldsymbol{V}_i$，n 个这样的向量线性相关的方阵。

102-06-16

方阵的逆　inverse of a square matrix

对一个正则方阵 $\boldsymbol{A}$，使得 $\boldsymbol{AA}^{-1}=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{A}=\boldsymbol{E}$ 的方阵 $\boldsymbol{A}^{-1}$，其中 $\boldsymbol{E}$ 为单位矩阵。

注：方阵 $\boldsymbol{A}=(A_{ij})$ 的逆记为 $\boldsymbol{A}^{-1}=(A_{ij})^{-1}$，其元素记为 $(A^{-1})_{ij}$，不能用 $(A_{ij}{}^{-1})$ 来记，因为它表示由 $\boldsymbol{A}$ 的元素的逆构成的方阵。

102-06-17

转置矩阵　transpose matrix; transpose of a matrix

对一个元素为 A_{ij} 的 $m\times n$ 型矩阵 $\boldsymbol{A}$，一个记为 A^{T} 的 $n\times m$ 型矩阵，其元素 $(A^{\mathrm{T}})_{ij}=A_{ji}$。

注：矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的转置矩阵记为 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$，有时记为 $\tilde{A}$，在数学中也记为 ${}^{t}\boldsymbol{A}$。

102-06-18

复共轭矩阵　complex conjugate matrix

对一个元素为 A_{ij} 的复矩阵 $\boldsymbol{A}$，一个记为 $\boldsymbol{A}^{*}$ 的复矩阵，其元素 $(A^{*})_{ij}$ 为 $\boldsymbol{A}$ 的相应元素的共轭：

$(A^*)_{ij}=A_{ij}{}^*$。

注：矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的复共轭矩阵记为 $\boldsymbol{A}^*$，在数学中也记为 $\bar{\boldsymbol{A}}$。

102-06-19

埃尔米特共轭矩阵　Hermitian conjugate matrix

对一个元素为 A_{ij} 的复矩阵 $\boldsymbol{A}$，一个记为 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}$ 的复矩阵，等于 $\boldsymbol{A}$ 的转置矩阵的复共轭矩阵 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}=(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})^*$，即元素 $(A^{\mathrm{H}})_{ij}=A_{ji}^*$。

注 1：若矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为实的，则它的埃尔米特共轭矩阵就是共轭矩阵。

注 2：矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的埃尔米特共轭矩阵记为 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}$，有时记为 $\boldsymbol{A}^{+}$，在数学中也用 $\boldsymbol{A}^*$ 记。

102-06-20

行列式(矩阵的)　determinant (of a matrix)

对于一个元素为 A_{ij} 的 n 阶方阵 $\boldsymbol{A}$，用 $\det\boldsymbol{A}$ 表示的标量，等于一些乘积的代数和，在每一行和每一列取且仅取一个元素，以所有这样的可能方式作为这些乘积的因子，每个乘积具有正号或负号取决于两个下标的逆序总数是偶数还是奇数：

$$\det\boldsymbol{A}=\sum_{\sigma}(-1)^{\varepsilon(\sigma)}A_{1\sigma(1)}A_{2\sigma(2)}\cdots A_{n\sigma(n)}$$

其中 $\sigma=(\sigma(1),\sigma(2),\cdots,\sigma(n))$ 是下标 $(1,2,\cdots,n)$ 的一个置换，$\varepsilon(\sigma)$ 为置换 σ 的逆序数，由 Σ 表示的和是对所有置换而取的。

注 1：矩阵的行列式与以矩阵的行或列的元素为坐标的 n 个向量的行列式相等。

注 2：矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}A_{11} & \cdots & A_{1n}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ A_{n1} & \cdots & A_{nn}\end{pmatrix}$ 的行列式记为 $\det\boldsymbol{A}$ 或 $\begin{vmatrix}A_{11} & \cdots & A_{1n}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ A_{n1} & \cdots & A_{nn}\end{vmatrix}$。

102-06-21

迹　trace

对一个 n 阶方阵 A，主对角线元素之和：

$$\mathrm{tr}A=\sum_{i=1}^{n}A_{ii}\text{。}$$

102-06-22

矩阵的范　norm of a matrix

对于一个具有实或复元素 A_{ij} 的 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$，非负数

$$\|\boldsymbol{A}\|=\sqrt{\mathrm{tr}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}})}=\sqrt{\sum_{i,j=1}^{n}|A_{ij}|^2}\text{。}$$

注：所描述的范数分别是实和复情形中的“欧几里得范数”或“埃尔米特范数”。还可以定义矩阵的一些别的范数。矩阵的任何范数都有类似于向量长度的性质(见 102-03-23 的注 1)。

102-06-23

本征值　eigenvalue

对于一个方阵 $\boldsymbol{A}$，存在一个非零列矩阵 $\boldsymbol{U}$，使得等式 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{U}=\lambda\boldsymbol{U}$ 成立的标量 λ。

102-06-24

本征向量　eigenvector

对于方阵 $\boldsymbol{A}$ 的一个本征值 λ，使得等式 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{U}=\lambda\boldsymbol{U}$ 成立的非零列矩阵 $\boldsymbol{U}$。

注：我们用术语“本征向量”，因为一个方阵经常表示把一个向量变为另一个向量的一个张量量。在这个情形矩阵的本征向量是向量。

102-06-25

对称矩阵　symmetric matrix

其元素 A_{ij} 具有性质 $A_{ij}=A_{ji}$ 的方阵 $\boldsymbol{A}$。

注 1：对称矩阵等于它的转置。

注 2：具有实元素的对称矩阵的所有本征值是实的。

102-06-26

正交矩阵 orthogonal matrix

其逆 $\boldsymbol{A}^{-1}$ 等于其转置 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ 的正则方阵 $\boldsymbol{A}$。

注：对于一个具有元素 A_{ij} 的正交矩阵 $\boldsymbol{A}$，有：

$$\sum_i A_{ij}A_{ik} = \delta_{jk} \text{ 和 } \sum_k A_{ik}A_{jk} = \delta_{ij},$$

其中 δ_{jk} 和 δ_{ij} 为克罗内克符号。

102-06-27

埃尔米特矩阵 Hermitian matrix

其元素 A_{ij} 具有性质 $A_{ji} = A_{ji}^*$ 的复方阵 $\boldsymbol{A}$。

注 1：埃尔米特矩阵 $\boldsymbol{A}$ 相等它的埃尔米特共轭矩阵 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}$。

注 2：埃尔米特矩阵的所有本征值是实的。

注 3：具有实元素的任何对称矩阵都是埃米尔特矩阵。

102-06-28

酉矩阵 unitary matrix

其逆 $\boldsymbol{A}^{-1}$ 等于其埃米尔特共轭矩阵 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}$ 的复元素正则方阵 $\boldsymbol{A}$。

注 1：对于一个具有元素 A_{ij} 的酉矩阵 $\boldsymbol{A}$，有：

$$\sum_i A_{ij}A_{ik}^* = \delta_{jk} \text{ 和 } \sum_k A_{ik}A_{jk}^* = \delta_{ij},$$

其中 δ_{jk} 和 δ_{ij} 为克罗内克符号。

注 2：具有实元素的任何正交矩阵都是酉矩阵。

102-06-29

正定矩阵 positive definite matrix

使得对任意复元素非零列矩阵 $\boldsymbol{U}$，1×1 矩阵 $\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{AU}$ 唯一的元素为正 $(\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{AU})_{11} > 0$ 的埃尔米特矩阵 $\boldsymbol{A}$。

注 1：一个具有实元素的对称矩阵 $\boldsymbol{A}$ 是正定矩阵，如果对任意实元素非零列矩阵 $\boldsymbol{U}$，有 $\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{AU} > 0$。

注 2：正定矩阵的所有本征值都是正的。

参 考 文 献

[1] GB/T 2900.60—2002 电工术语 电磁学(eqv IEC 60050-121:1998)
[2] GB 3102.11—1993 物理科学和技术中使用的数学符号(eqv ISO 31-11:1992)

索　　引

汉语拼音索引

G

H

J

K

L

M

N

Z

英文对应词索引

A

B

C

S

T

U

V

Z

中 华 人 民 共 和 国
国 家 标 准
电工术语
数学 一般概念和线性代数
GB/T 2900.85—2009/IEC 60050-102:2007
*
中国标准出版社出版发行
北京复兴门外三里河北街16号
邮政编码:100045
网址 www.spc.net.cn
电话:68523946 68517548
中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷
各地新华书店经销
*
开本 880×1230 1/16 印张 3.25 字数 86 千字
2009年9月第一版 2009年9月第一次印刷
*
书号:155066·1-38084 定价 45.00 元

GB/T 2900.85-2009